宮城学院女子大学発達科学研究
2024. 24. 43-52

学習段階に応じた算数教材の発展的な扱いについて
―分数の割算を例に―

中　込　雄　治[1]
黒　木　伸　明[2]

算数・数学では、既習事項を関連付けて論理的に根拠を押さえながら課題解決に向けて学習を進めていく。しかし、子どもの発達段階などを考慮した場合、数学的事実や法則を帰納的に確認するだけで、その論理的根拠に触れないままのケースもある。そのようなケースに着目し、学習段階の進展に応じて教材を見直すことによって、算数・数学の教材を発展的に扱うことができ、学習内容に対する理解をより深めることができることを明らかにした。見直す教材として、分数の演算に関する公式を取り上げ、既習事項を関連付けて根拠を押さえることによって、論理の体系化が図られ、文字式で表現され一般化された公式の理解がより深められることを示した。

Keywords：算数教材、見直し教材の発展的な扱い、分数の割算、文字式による展開

1. はじめに

算数・数学においては、既習事項を関連付け、論理的に根拠を押さえながら新たな課題を解決していくという学習が行われている。しかし、子どもの発達段階などを考慮して、論理的根拠を十分に示さないまま、帰納的に確認するだけで数学的事実や法則を活用させている場合もある。

例えば$\frac{1}{3}m$や$\frac{1}{7}m$などは小3で扱う内容であるが、実際にその長さをつくるのは難しい。小3算数教科書には「分数ものさしの作り方」として、平行線を活用した図1のような「$\frac{1}{7}m$ものさしの作り方」が示されている[1)]。

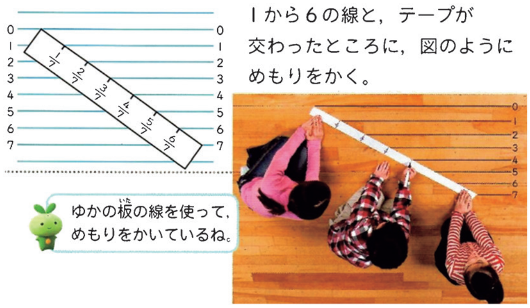


図1

ここでは等間隔に引かれた8本の平行線を使って1mを7等分する手法、つまり等間隔に引かれた（$n+1$）本の平行線を使って1mをn等分するという手法が用いられている。しかし、このときこの手法で7等分できることは帰納的に確認しているだけで、なぜ7等分できるのかについては証明していない。このようなケースは、のちにその根拠に関連する数学的知識や数学的手法を学習したときに、それらを活用する見直し教材として扱うことによって、学習段階に応じた形でその課題に対する理解をより深めることができる。この例では小4で学ぶ「平行線」を基に、小5で学習する「三角形の合同」[2)]あるいは中3で学習する「三角形の相似」[3)]などの知識を関連付けて考えるこ

1. 宮城学院女子大学教育学部
2. 上越教育大学名誉教授

とが想定でき、その時点において見直す教材としてこの「分数ものさしの作り方」を扱うことができる[4)]。

小学校の高学年においては、図形に関する性質、演算に関する公式などを多く扱っているが、こうした性質・公式なども、いくつかの具体的な事例を基に帰納的に確認させるだけの形になっている場合が多い。こうしたケースも、のちに性質・公式などの根拠に関連する数学的知識や数学的手法を学習したときに、それらを活用した見直し教材として扱うことで、子どもの学習段階に応じてそれらの理解をより深めていくことが期待できる[5)]。

例えば小3の算数教科書に図2のような教材がある[6)]。各位の数の和が3の倍数であれば基の数も3の倍数であるという法則を、具体的な3桁の数261で帰納的に確認している。こうした教材も「文字式」を既習としたときの見直し教材として発展的に扱うことができる[7)8)]。

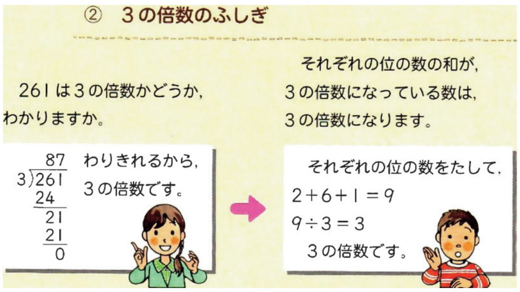


図2

具体的な数値で帰納的に導いた文字式の公式の場合、この導き方ではその公式がどんな場合でも成り立つかどうかの保証がなく、一般的に成り立つかどうかは文字式のまま公式の正しさを証明する必要がある。帰納的に公式は予測できるが、その公式が正しいかどうかは証明が必要であるという認識を培っておきたい。論理的根拠に触れずに素通りしてきた法則や公式などを、「文字式」を既習としたときの見直し教材として扱うことは、そうした認識の育成にもつながる。

本稿ではこうした見直し教材に着目し、算数・数学の教材を発展的に扱うことで、学習内容に対する理解をより深めることができることを明らかにする。特に分数の演算に関する公式を取り上げて、「文字式」を既習として見直し教材として扱い、文字式のまま公式の正しさを証明することによって、公式の根拠を押さえる。文字式で公式の根拠を押さえることは、既習事項を関連付けて演算の仕組みを構造的に把握することになるので、公式を導き出す論理の体系を見出すことにつながる。この論理の体系を関連図として図式化して視覚的に確認することによって、公式に対する理解をより深めることができることを示す。

2.「分数×整数」「分数÷整数」「分数×分数」

「分数×整数」は小6で扱う内容であるが、算数教科書では図3のように$\frac{3}{7}\times 2$という具体的な数値を基にして、図4のように公式$\frac{b}{a}\times c=\frac{b\times c}{a}$を見出している[9)]。

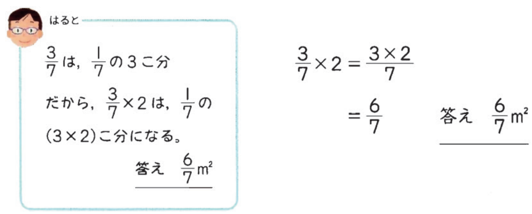


図3

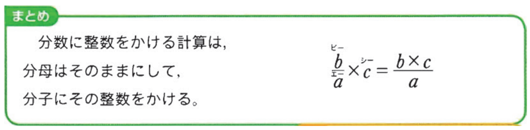


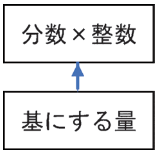
図4

ここで「文字式」を既習とすれば、この公式を次のように文字を使って一般化したまま証明することができる。

【文字式による証明】$\frac{b}{a}$は$\frac{1}{a}$のb個分だから$\frac{b}{a}\times c$は$\frac{1}{a}$の（$b\times c$）個分になるので、$\frac{b}{a}\times c=\frac{b\times c}{a}$と

なる。$(a \neq 0)$

この「分数×整数」では、単位分数を基にして考えると「整数×整数」という既習事項に帰着させることができることを用いている[10]。この単位分数を基にするという考え方のように基にする量に着目して既習事項に関連付ける数学的手法を「基にする量」と表記することにすると、「分数×整数」は関連図1のように「基にする量」と関連付けられて解決されたと捉えることができる[11]。



関連図1

また、「分数÷整数」も小6で扱う内容であるが、算数教科書ではまず図5のように$\frac{4}{5}\div 2$という被除数の分子4が除数2で割り切れる場合の具体例を取り上げ、図6のように$\frac{1}{5}$を基にした考え方から一旦$\frac{4}{5}\div 2=\frac{4\div 2}{5}$としているが、続けて$\frac{4}{5}\div 3$のように被除数の分子4が除数3で割り切れない場合を取り上げて、こうした事態に対して図7のように「分母と分子に同じ数を掛けても、分数の大きさは変わらない」という倍分の考えを取り入れて対処し、$\frac{4}{5}\div 3=\frac{4\times 3}{5\times 3}\div 3=\frac{4\times 3\div 3}{5\times 3}=\frac{4}{5\times 3}$と式を展開している。そしてこれらを基にして、図8のような$\frac{b}{a}\div c=\frac{b}{a\times c}$いう公式を見出している[12]。

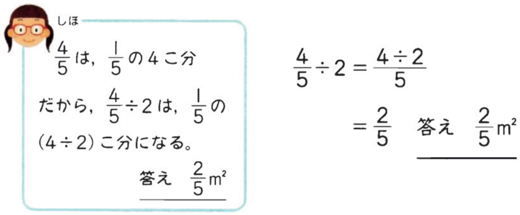


図5

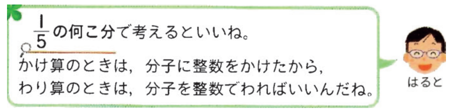


図6

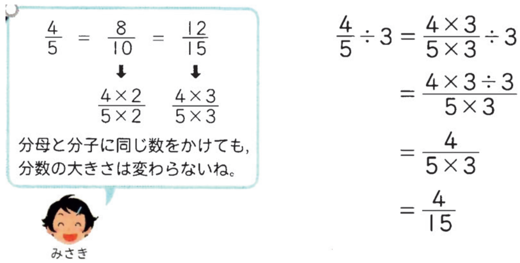


図7

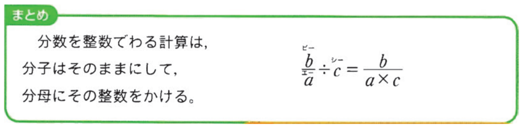


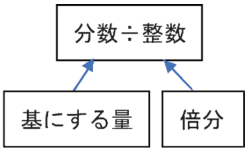
図8

この公式においても、「文字式」の既習とすれば、具体的な数値の部分を次のように文字を使って一般化したまま証明することができる。

【文字式による証明】「分数÷整数」の場合も、$\frac{b}{a}\div c$であれば$\frac{1}{a}$が$(b\div c)$個分と考えることができるので、$\frac{b}{a}\div c=\frac{b\div c}{a}$として計算できるが、$b\div c$が割り切れないときは分子を整数で表すことができない。そこで、分母分子に同じ数を乗除しても分数の大きさは変わらないという分数の性質を用いて計算を工夫し、$\frac{b}{a}\div c=\frac{b\times c}{a\times c}\div c=\frac{b\times c\div c}{a\times c}$

$=\dfrac{b}{a\times c}$として計算する。計算途中を省略すれば、「分数÷整数」の計算の簡便法を、$\dfrac{b}{a}\div c=\dfrac{b}{a\times c}$として表すことができる。($a\neq0$、$c\neq0$)

この「分数÷整数」では、単位分数を基にして考えることと分数の性質とを関連付けている。分数の性質「倍分しても約分しても分数の大きさは変わらない」を、「倍分」「約分」と表記することにすると、「分数÷整数」は関連図2のように「基にする量」「倍分」と関連付けられて解決されたと捉えることができる[13]。



関連図2

さらに、「分数×分数」も小6で扱う内容であるが、算数教科書では図9のように$\dfrac{4}{5}\times\dfrac{2}{3}$という具体的な数値を基にして、図10のように公式$\dfrac{b}{a}\times\dfrac{d}{c}=\dfrac{b\times d}{a\times c}$を見出している[14]。

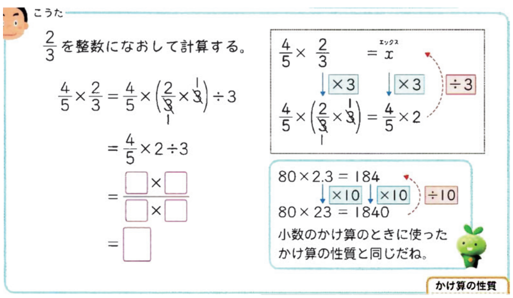


図9

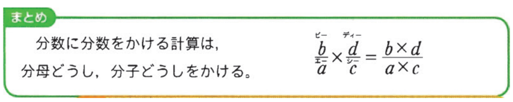
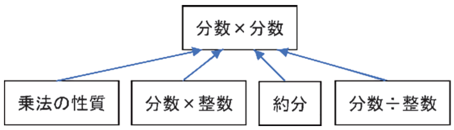


図10

この公式においても、「文字式」を既習とすれば、次のように文字を使って一般化したまま証明することができる。

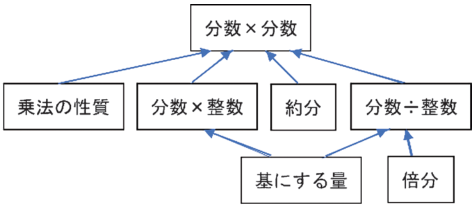
【文字式による証明】「分数×分数」の場合も、既習の「分数×整数」や「分数÷整数」を基にして、その計算方法を考えていくことができる。まず、「分数×分数」を「分数×整数」に帰着させられないか考える。$\dfrac{b}{a}\times\dfrac{d}{c}$において$\dfrac{d}{c}$を整数にするには、$\dfrac{d}{c}\times c$として「約分」すればよいことがわかる。ここで「乗法の性質」から乗数をc倍すれば積もc倍になってしまうことを考慮してさらにcで割っておくことが必要になる。つまり、$\dfrac{b}{a}\times\dfrac{d}{c}=\dfrac{b}{a}\times\left(\dfrac{d}{c}\times c\right)\div c=\dfrac{b}{a}\times d\div c=\dfrac{b\times d}{a}\div c$ $=\dfrac{b\times d}{a\times c}$となる。計算途中を省略すれば、「分数×分数」の計算の簡便法を、$\dfrac{b}{a}\times\dfrac{d}{c}=\dfrac{b\times d}{a\times c}$として表すことができる。($a\neq0$、$c\neq0$)

この「分数×分数」では、既習事項の「乗法の性質」「分数×整数」「約分」「分数÷整数」を関連付けている。これらの関連も関連図3のように表すことができる。



関連図3

この関連図3は関連図1関連図2とリンクさせて捉えると関連図4のように階層構造として論理の体系を表すことができる。



関連図4

このように具体的な数値をもとに帰納的に導いただけの公式を、「文字式」を既習としてその公式の根拠を示すのに関係する数学的知識や数学的手法を関連付けて論理の体系を見出す見直し教材として扱うことで、学習段階に応じた形でその公式の理解をさらに深めることができる。次章ではこうした見直し教材として「分数÷分数」を取り上げ、多様な証明方法を考える。

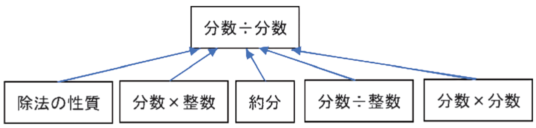
3.「分数÷分数」

「分数÷分数」も小6で扱われる内容であるが、この計算を公式化する過程では多くの既習事項が関連付けられるため、算数の学習内容の中では難易度が高いものとなっている。「分数÷分数」は多くの児童が$\frac{b}{a}\div\frac{d}{c}=\frac{b}{a}\times\frac{c}{d}$のように、除数の逆数をかけることによって計算することはできるが、どうしてそのようにすれば計算ができるのかわからず説明できない、つまり「できる」けれども「わかっていない」と言える。特にこの分数の割算における「できる」と「わかる」の乖離は、従来からの懸案事項である。教科書に記載されている計算方法を解釈するというスタンスではなく、自力で計算方法から簡便法まで導き出すというスタンスに立った学び方が大事である。自力で思いついた考え方は、一旦忘れてもまた再生することができる。それは「できる」と「わかる」が統一されたことを意味する。自力で思いつくためには、「どの既習事項に帰着させるか、どのように既習事項を関連付けるかを考え、論理の体系をつくる」、つまり「つくる」という発想に転換して算数・数学の学習に取り組むことが必要である。

ここでは「分数÷分数」の公式「$\frac{b}{a}\div\frac{d}{c}=\frac{b}{a}\times\frac{c}{d}$」を取り上げ、「文字式」を既習として子どもが自力で計算方法から簡便法まで導き出せるような見直し教材として位置付けたとき、どのような既習事項との関連付けがなされるかを考察する。公式が成立する根拠に関しては、いろいろなアプローチが考えられる。本稿では次の①から⑦までの7通りの方法を取り上げる。前章の「分数×整数」「分数÷整数」「分数×分数」も「分数÷分数」を考えるときの既習事項となる。①②⑦は多くの算数教科書に載っている考え方である[15)]。

①「分数÷整数」にする

「除法の性質」(被除数と除数に同じ数を乗除しても商は不変)を用いて、「分数×整数」「約分」で除数を整数にして、「分数÷整数」という既習の計算に帰着させる。つまり、$\frac{b}{a}\div\frac{d}{c}=\left(\frac{b}{a}\times c\right)\div\left(\frac{d}{c}\times c\right)=\left(\frac{b\times c}{a}\right)\div d=\frac{b\times c}{a\times d}=\frac{b}{a}\times\frac{c}{d}$となる。最後の$\frac{b\times c}{a\times d}=\frac{b}{a}\times\frac{c}{d}$は既習事項「分数×分数」を使っている。論理の体系は関連図5のようになる。

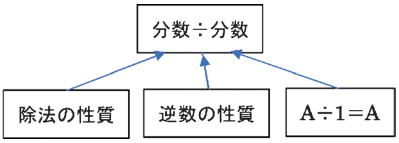


関連図5

②逆数で÷1にする

「A÷1=A」であることに着目して、÷1の形にすることを考える。逆数を掛けると1になるという「逆数の性質」と「除法の性質」を用いて、被除数と除数に除数の逆数を掛ける。つまり、$\frac{b}{a}\div\frac{d}{c}=\left(\frac{b}{a}\times\frac{c}{d}\right)\div\left(\frac{d}{c}\times\frac{c}{d}\right)=\left(\frac{d}{c}\times\frac{c}{d}\right)\div 1=\frac{b}{a}$

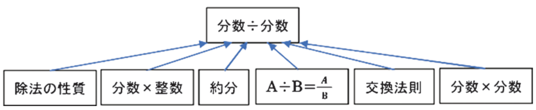
$\times\dfrac{c}{d}$となる。論理の体系は関連図6のようになる。



関連図6

③分母を払い 整数÷整数 にする

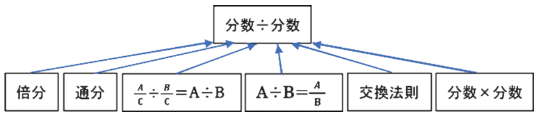
「$\mathrm{A}\div\mathrm{B}=\dfrac{A}{\mathrm{B}}$」であることに着目して、整数÷整数の形にすることを考える[16]。「除法の性質」「分数×整数」「約分」を用いて、分母を払い被除数と除数をともに整数にする。つまり、$\dfrac{b}{a}\div\dfrac{d}{c}=\left(\dfrac{b}{a}\times a\times c\right)\div\left(\dfrac{d}{c}\times a\times c\right)=(b\times d)\div(d\times a)=\dfrac{b\times c}{d\times a}=\dfrac{b\times c}{a\times d}=\dfrac{b}{a}\times\dfrac{c}{d}$となる。論理の体系は関連図7のようになる。($\dfrac{b\times c}{d\times a}=\dfrac{b\times c}{a\times d}$は乗法の「交換法則」、$\dfrac{b\times c}{a\times d}=\dfrac{b}{a}\times\dfrac{c}{d}$は「分数×分数」を使っている。)



関連図7

④分母を揃え 整数÷整数 にする

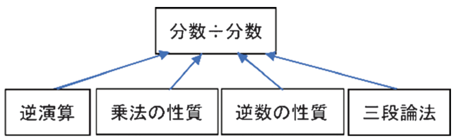
「$\dfrac{A}{\mathrm{C}}\div\dfrac{B}{\mathrm{C}}=\mathrm{A}\div\mathrm{B}$」であることに着目して、整数÷整数の形にすることを考える。被除数と除数の分数を「倍分」して「通分」すると、分子÷分子つまり整数÷整数に帰着でき「$\mathrm{A}\div\mathrm{B}=\dfrac{A}{\mathrm{B}}$」が使える。つまり、$\dfrac{b}{a}\div\dfrac{d}{c}=\dfrac{b\times c}{a\times c}\div\dfrac{d\times a}{c\times a}=(b\times d)\div(d\times a)=\dfrac{b\times c}{d\times a}=\dfrac{b\times c}{a\times d}=\dfrac{b}{a}\times\dfrac{c}{d}$となる。論理の体系は関連図8のようになる。($\dfrac{b\times c}{d\times a}=\dfrac{b\times c}{a\times d}$は乗法の「交換法則」、$\dfrac{b\times c}{a\times d}=\dfrac{b}{a}\times\dfrac{c}{d}$は「分数×分数」を使っている。)



関連図8

⑤逆演算と逆数を使う

割算が掛算の「逆演算」であることや、$\dfrac{d}{c}$に逆数$\dfrac{c}{d}$を掛けると1になる「逆数の性質」に着目して考えていく。$\dfrac{b}{a}\div\dfrac{d}{c}=\square\cdots$(i)とすると、$\square\times\dfrac{d}{c}=\dfrac{b}{a}$と表せるのでこの両辺に$\dfrac{c}{d}$をかけると「乗法の性質」より、$\square\times\dfrac{d}{c}\times\dfrac{c}{d}=\dfrac{b}{a}\times\dfrac{c}{d}$つまり$\square\times1=\dfrac{b}{a}\times\dfrac{c}{d}$から、$\square=\dfrac{b}{a}\times\dfrac{c}{d}\cdots$(ii)が得られ、これら(i)と(ii)から「三段論法」(A=B、B=CよりA=C)より、$\dfrac{b}{a}\div\dfrac{d}{c}=\dfrac{b}{a}\times\dfrac{c}{d}$を導くことができる。論理の体系は関連図9のようになる。



関連図9

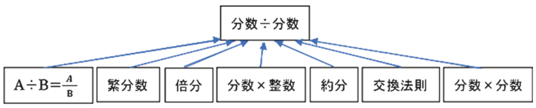
⑥繁分数で考える

「$\mathrm{A}\div\mathrm{B}=\dfrac{A}{\mathrm{B}}$」に着目し、AとBに分数を当てはめて「繁分数」の形にして考える。「倍分」「分数

×整数」「約分」を用いて、簡潔に表す。つまり、

$$\frac{b}{a}\div\frac{d}{c}=\frac{\frac{b}{a}}{\frac{d}{c}}=\frac{\frac{b}{a}\times a\times c}{\frac{d}{c}\times a\times c}=\frac{b\times c}{d\times a}=\frac{b\times c}{a\times d}=\frac{b}{a}\times\frac{c}{d}$$

となる。$\frac{b\times c}{d\times a}=\frac{b\times c}{a\times d}$は乗法の「交換法則」、$\frac{b\times c}{a\times d}=\frac{b}{a}\times\frac{c}{d}$は「分数×分数」を使っている。)「分数÷分数」の繁分数表示は算数教科書にも記載されている。(ここでは省略するが繁分数にしておいて分母が1になるように分母の分数の逆数を分母分子に掛けるという方法もある。)[17] 論理の体系は関連図10のようになる。



関連図10

⑦[1 dLでぬれる面積]を求める

算数教科書では図11のような問題から図12のように「言葉の式」に当てはめる形で、「分数÷分数」の場合も[ぬった面積]÷[使った量(dL)]=[1 dLでぬれる面積]が成り立つとして、図13のような「数直線・面積図」を使って、[1 dLでぬれる面積]を$\frac{2}{5}\div\frac{3}{4}=\left(\frac{2}{5}\div3\right)\times4=\frac{2}{5\times3}\times4=\frac{2\times4}{5\times3}=\frac{8}{15}$のようにして求めている[18]。

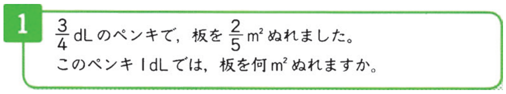


図11

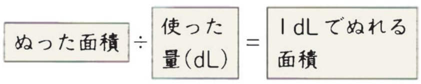


図12

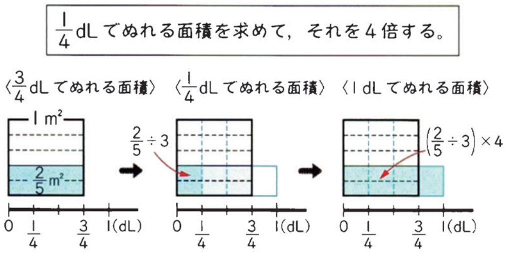
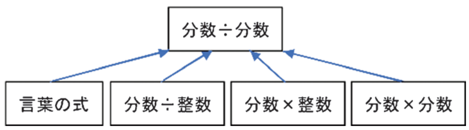


図13

$\frac{b}{a}\div\frac{d}{c}$も「言葉の式」から[1 dLでぬれる面積]を求める計算であると捉えると、$\frac{d}{c}$dLで$\frac{b}{a}$m²ぬれたことから、$\frac{b}{a}$m²をまずdで割って$\frac{1}{c}$dLでぬれる面積を求め、次にそれをc倍するという考え方で「分数÷整数」「分数×整数」を用いて[1 dLでぬれる面積]を求めることができる。つまり、

$$\frac{b}{a}\div\frac{d}{c}=\left(\frac{b}{a}\div d\right)\times c=\frac{b}{a\times c}\times c=\frac{b\times c}{a\times d}=\frac{b}{a}\times\frac{c}{d}$$

となる。論理の体系は関連図11のようになる。($\frac{b\times c}{a\times d}=\frac{b}{a}\times\frac{c}{d}$は「分数×分数」を使っている。)



関連図11

4. 得られた知見

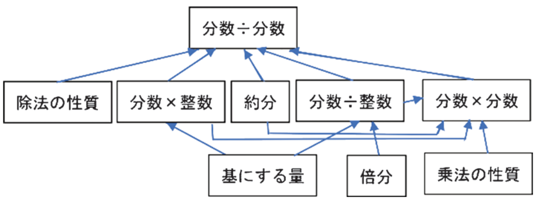
本稿では分数の演算に関する公式を取り上げ、「文字式」を既習としたときの見直し教材として発展的に扱うことによって、公式の理解がより深められることを明らかにした。その過程で次の知見を得ることができた。

ⅰ) 論理的根拠に触れずに素通りしてきた公式を見直し教材として位置付けることで、証明の必要性を意識することになる。つまり「帰納的に導いた公式がどんな場合にも成り立つことを示すためには、文字式を使って証明する必要がある」とい

う認識が培われる。

ⅱ）証明を考えるにあたって、「どの既習事項に帰着させるか、どのように既習事項を関連付けるかを考え、論理の体系をつくる」という数学的活動が意識化される。例えば「分数÷分数」の公式を証明する場合、「分数÷整数」に帰着させられないかと思いついたとすると、「除法の性質」「分数×整数」「約分」「分数×分数」を関連付けて論理の体系をつくり、証明していくことになる。

ⅲ）文字式で公式の根拠を押さえることは、既習事項を関連付けて演算の仕組みを構造的に把握することになるので、公式を導き出す論理の体系を見出すことにつながり、この論理の体系を関連図として図式化して視覚的に確認することによって、公式の理解がより深められる。例えば「分数÷分数」の公式を証明するのに、「分数÷整数」に帰着させられないかと思いついたときの論理の体系は関連図5（前掲）のようになる。さらにこれを関連図4（前掲）とリンクさせて捉えると、「分数÷分数」を要にして関連図12のように階層構造として論理の体系を表すことができ、公式を成り立たせる論理の体系が視覚的に確認でき、公式の構成に対する理解がより深められる。



関連図12

ⅳ）多様な証明の仕方が見出せる。例えば3章の「分数÷分数」で示したように、帰着させる既習事項の選択の仕方によって、多様な証明の仕方を見出すことができる。

ⅴ）根拠を押さえ関連図を見出すことは算数・数学の学習活動を「既習事項を活用して論理の体系をつくる活動」として捉えさせることになり、こうした経験から算数・数学の学習観を「覚える」から「つくる」に転換することも期待できる。

今後も小中のそれぞれの学習段階に応じて、既習事項を関連付けた論理の体系が発展的につくり出せるような、小中を一貫した算数・数学の見直し教材の開発を行っていきたい[19]。

註

1）算数教科書（東京書籍 2020 年度版）小 3 下 p.41

2）算数教科書（東京書籍 2020 年度版）小 5 上 p.79 に三角形の合同条件（二辺夾角相等・二角夾辺相等・三辺相等）が記載されている。

3）中学校数学教科書（東京書籍 2021 年度版）中 3 p.136 に三角形の相似条件（三辺比相等・二辺比夾角相等・二角相等）が記載されている。

4）例えば図 14 のように等間隔に引かれた 3 本の平行線に交わる直線において、AB＝BC であることは、△ABD≡△BCE（三角形の合同）、あるいは△ABD∽△ACF（三角形の相似）などを使って証明することができる。

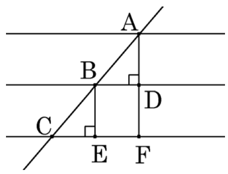


図14

5）中込・黒木（2021）において図形の見直し教材として「平行線の作図方法」を取り上げているが、この他にも図形の性質としてまとめられていることを見直し教材として扱うことなどが考えられる。例えば小 4 の算数教科書では、平行四辺形の定義を「向かい合う 2 組の辺がそれぞれ平行な四角形」として押さえたあと、「平行四辺形の性質」として「向かい合う 2 組の辺の長さがそれぞれ等しい」「向かい合う 2 組の角の大きさがそれぞれ等しい」「対角線は互いに他を二等分する」を帰納的に確認する。しかし、本来これらの性質は定義を基にして証明される関係にあり、その観点からこの「平行四辺形の性質」も見直し教材として発展的に扱うことができる。（もう一つの性質「向かい合う 1 組の辺が平行で長さが等し

い」は中学校において扱われている。）

6）図2は算数教科書（東京書籍2016年度版）小5上 p.86に記載されている。

7）一般的に成り立つかどうかは、文字式による証明が必要になる。この場合、まず（3の倍数）＋(3の倍数)＝(3の倍数）…①となること（∵ $3m+3n=3(m+n)$）を押さえる。次に百の位が a、十の位が b、一の位が c の3桁の数は、$100a+10b+c=3(33a+3b)+(a+b+c)$…②と表現できることを押さえる。①を基にして②に着目すると、各位の数の和（$a+b+c$）が3の倍数であるか否かにより、この3桁の数自身が3の倍数であるか否かを判断することができるとわかる。このように文字式を活用することで、この教材を見直し教材として発展的に扱うことができる。

8）「文字式」に関する内容は、例えば中学校数学教科書（東京書籍2021年度版）中1 pp.61-88、中2 pp.9-34、中3 pp.9-40において扱われている。小学校でも、算数教科書（東京書籍2020年度版）小6 pp.25-33において「文字と式」という単元がある。

9）図3図4は算数教科書（東京書籍2020年度版）小6 p.36に記載されている。

10）小学校の算数での整数の扱いは非負としている。

11）「基にする量」に着目して考えるという数学的手法は汎用性のある考え方であり、そのことを意識的に捉えさせておきたい。例えば新たに「20＋30」「0.2＋0.3」「$\frac{2}{7}+\frac{3}{7}$」を学習するときも、それぞれ「10を基にする」「0.1を基にする」「$\frac{1}{7}$を基にする」ことによってすべて既習事項の「2＋3」に帰着させて答えを考えていくことができる。関連図1のように図式化して示すことは、「基にする量」を数学的手法として意識化させる上で有効である。

12）図5図6図7図8は算数教科書（東京書籍2020年度版）小6 pp.38-39に記載されている。

13）「分数×整数」「分数÷整数」において、答えは約分しておくことまで加えるとすると、関連図1関連図2は分数の性質の「約分」を関連付けた表記になる。

14）図9図10は算数教科書（東京書籍2020年度版）小6 pp.43-44に記載されている。

15）算数教科書は6社（東京書籍・啓林館・学校図書・教育・大日本図書・日本文教）あるが、①の方法は学校図書を除く5社、②と⑦の方法は6社全社の教科書において記載されている。

16）「$A \div B=\frac{A}{B}$」に関しては、算数教科書（東京書籍2020年度版）小5上 p.112に図15図16のような記載がある。これも帰納的に確認しているだけなので、本稿では取り上げていないが見直し教材として扱うことができる。

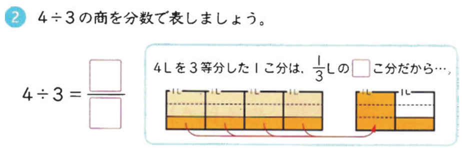


図15

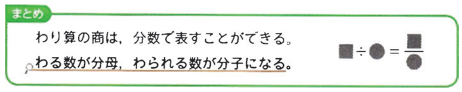


図16

17）算数教科書（東京書籍2020年度版）小6 p.260に図17のような繁分数表示の記載がある。

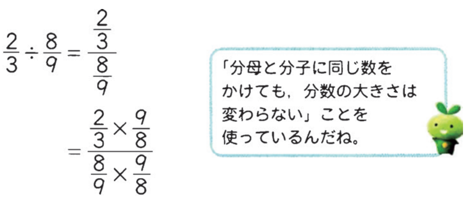


図17

18）図11図12図13は算数教科書（東京書籍2020年度版）小6 pp.55-58に記載されている。

19）本稿では触れていないが、文字で表現され一般化された公式を見直すにあたっては、文字式において特殊なケースを考えることによって、既習事項の新たな関連付けや新たな体系を見出すこともできる。例えば台形の面積の公式 $S=\frac{1}{2}(a+b)h$ において、$a=$

0（上底の長さを 0）とすれば $S=\frac{1}{2}bh$ となりこれは三角形の面積公式と見ることができ、$a=b$（上底と下底の長さが一致）とすれば $S=ah$ となり、これは平行四辺形の面積公式と見ることができる。このように面積公式を関連付けて捉えることもでき、特殊なケースを想定することによって、公式同士が関連付けられ新たに体系化される場合もある。

参考文献

黒木伸明、教員養成の立場から見た小学校教師の数学的リテラシー、日本数学教育学会誌 76-12、pp.2-7、1994 年

佐藤康浩・黒木伸明、自由な発想を引き出す数学教材の開発について、数学教育学会研究紀要 Vol.41/No.3・4、pp.39-46、2000 年

中込雄治・諏訪田文男・黒木伸明、数学的性質の関連づけについて、数学教育学会誌 Vol.44/No.1・2、pp.73-82、2003 年

赤井利行、第 6 学年「分数のわり算」、日本数学教育学会誌第 85 号第 2 号、pp.36-37、2003 年

中込雄治、多様な考え方を引き出す数学教材の開発に関する研究、日本数学教育学会誌数学教育論究 Vol86、pp.43-49、2005 年

黒木伸明・松下衣恵、類推活動による数学的創造―倍数の見つけ方の教材を例にして―、ろう教育科学会第 50 回記念大会資料集、pp.15-16、2008 年

杉山吉茂、「復刻 公理的方法に基づく算数・数学の学習指導」、東洋館出版社、pp.255-261、2010 年

中込雄治・黒木伸明、「算数・数学における教材の発展的な扱いについて―平行線の作図を例に―」、宮城学院女子大学発達科学研究 No.21 pp.11-21、2021 年